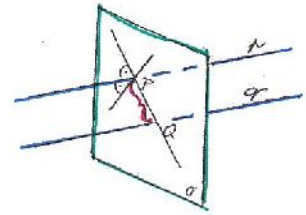
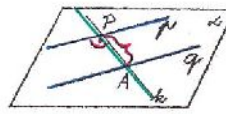


5. Vzdálenost přímek a rovin

VZDÁLENOST

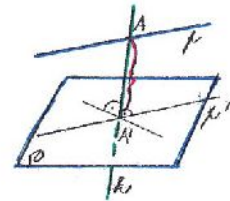
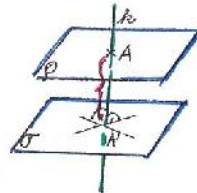
- DVOU ROVNOBĚŽNÝCH PŘÍMEK nm. $|pq|$

- vzdálenost libov. bodu jedné přímky od druhé přímky
- lze učit i jako vzd. přímek v rovině jimi určené, nebo pomocí roviny kolmé k oběma přímkám



- DVOU ROVNOBĚŽNÝCH ROVIN nm. $|p_1p_2|$

- vzdálenost libov. bodu jedné roviny od druhé roviny

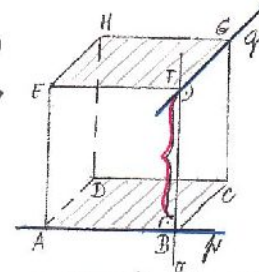


- PŘÍMKA OD ROVINY S NÍ ROVNOBĚŽNÉ nm. $|pq|$

- vzdálenost libov. bodu přímky od roviny

- DVOU MIMOBEŽNÝCH PŘÍMEK nm. $|pq|$

- vzdálenost průsečíků každé mimoběžky s kolovou přímkou mimoběžek, která je k oběma n nich kolmá (nejmenší vzd. bodů jedné a druhé mimob.)
- lze jimi položit jedinou dvojici navzájemných rovin => vzd. lze učít jako vzd. 2 || rovin nebo vzd. jedné mimoběžky od roviny s ní || a procházející druhou mimoběžkou



$p \leftrightarrow BF$ příčka/mimoběžek, $q \perp p, q \perp q$

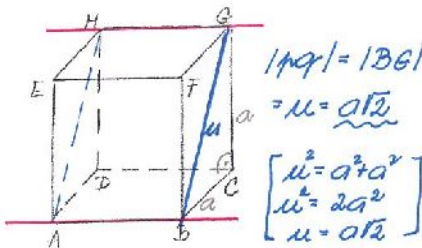
Příklady

① Krychle ABCDEFGH, uči vzdálenost

a) $p \leftrightarrow AB, q \leftrightarrow GH$

b) $p \leftrightarrow ABC, q \leftrightarrow EFG$

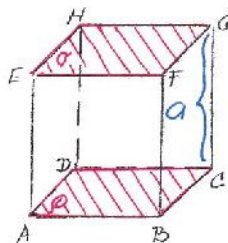
c) $p \leftrightarrow EG, q \leftrightarrow AC$



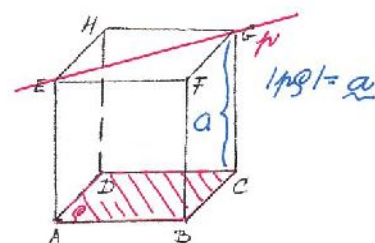
$$|pq| = |BG|$$

$$= u = a\sqrt{2}$$

$$\left[\begin{aligned} u^2 &= a^2 + a^2 \\ u^2 &= 2a^2 \\ u &= a\sqrt{2} \end{aligned} \right]$$



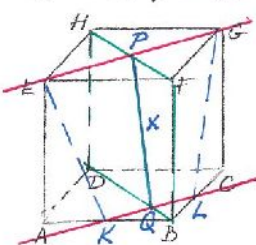
$$|pq| = a$$



$$|pq| = a$$

② Krychle ABCDEFGH, $a = 50\text{ cm}$. Uči vzdálenost

a) $\leftrightarrow EG, \leftrightarrow KL$ (K střed AB, L střed BC)



(1. zp) položíme vhodnou kolmou rovinu k oběma přímkám ... $\leftrightarrow BFH(D)$

$$|pq| = |PQ| = x \quad |PQ|^2 = a^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2$$

z $\triangle PQR$

$$x^2 = a^2 + \frac{a^2}{16}$$

$$x^2 = a^2 + \frac{2a^2}{16}$$

$$x^2 = a^2 + \frac{a^2}{8}$$

$$x^2 = \frac{9a^2}{8}$$

$$x = \frac{3a}{2} = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

$$x = \frac{3a}{2} = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

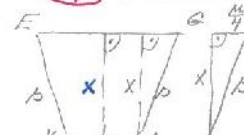
$$x = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

$$x = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

$$x = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

$$x = \frac{3 \cdot 50}{2} = 75\text{ cm}$$

(2. zp) z rovinnoum. lichob. KLEG



$$s^2 = x^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2$$

$$x^2 = s^2 - \frac{a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{20a^2 - a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

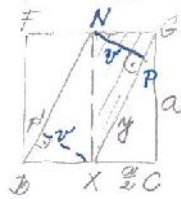
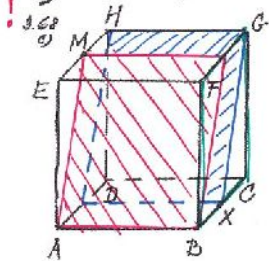
$$x^2 = \frac{19a^2}{16}$$

41

$$u^2 = a^2 + a^2$$

$$u^2 = 2a^2$$

1) $\leftrightarrow ABM, \leftrightarrow GHK$ (M střed EH, X střed BC)



$$|OP| = |NP| = v$$

(nebo $|XP|$)

$|NP| = v$ k normále S_{XGN}

$$\frac{1}{2} \cdot y \cdot v = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2}$$

$$\left[\frac{1}{2} \cdot |XG| \cdot |PN| = \frac{1}{2} \cdot |XN| \cdot |NG| \right]$$

$$v = \frac{a \cdot \frac{a}{2}}{y} = \frac{a^2}{2y}$$

$$v = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$$

$$v = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$y = |XG|$$



$$y^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

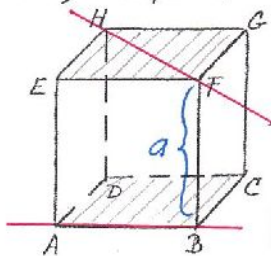
$$y^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$y^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$y = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

3) Kapsle ABCDEFGH, středů m dělenost mimoběžek

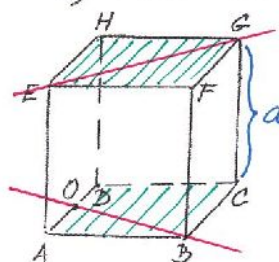
375 a) $\leftrightarrow AB, \leftrightarrow FH$



mimoběžky -
med. je přímka
mimoběžek kolmá
k oběma
 $|pq| = |BF| = a$

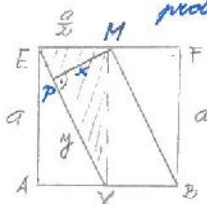
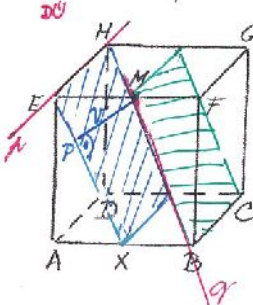
[nebo med. rovnoběžná
prostoru $\parallel$ rovinám
 $\leftrightarrow ABC, \leftrightarrow EFG$]

b) $\leftrightarrow BO, \leftrightarrow EG$ (O střed AD)



proložíme $\parallel$ rovinu
 $\Rightarrow |pq| = a$

! c) $\leftrightarrow EH, \leftrightarrow MB$ (M střed EF) (obd. 2R)



proložíme rovnici $\parallel$ rovinu

$|MP| = x$ k normále S_{AEM}

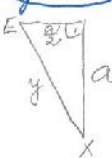
$$\frac{1}{2} \cdot y \cdot x = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot a$$

$$x = \frac{\frac{a^2}{2}}{y} = \frac{a^2}{2y}$$

$$x = \frac{a^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{5}}{2}} = \frac{a}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}$$

$$x = \frac{a\sqrt{5}}{5}$$

$$y = |EM|$$



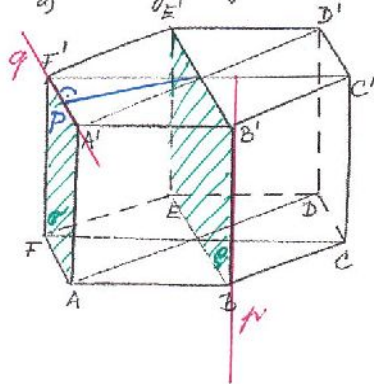
$$y^2 = a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$y^2 = a^2 + \frac{a^2}{4}$$

$$y^2 = \frac{5a^2}{4}$$

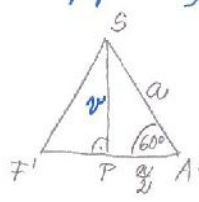
$$y = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$

4) Exonr. šestiúhelníkový hranol ABCDEF A'B'C'D'E'F' s podstavnou hranou délky a, rovné
377 strany mají délku 2a. středů m dělenost mimoběžek BB', A'F'



proložíme rovnici $\parallel$ rovinu obsahující mimoběžky

$$|pq| = |p\sigma| = |SP| = v \quad |SP| \dots \text{výška rovnoběž. } \Delta$$



k P.V.

$$a^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$v^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$v^2 = \frac{3a^2}{4}$$

$$|SP| = v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\left[\begin{array}{l} \text{NEBO} \\ \sin 60^\circ = \frac{v}{a} \\ v = a \sin 60^\circ \\ v = a \frac{\sqrt{3}}{2} \end{array} \right]$$